20. GUÍA DIDÁCTICA PARA TRANSFORMACIONES DE FUNCIONES CON GEOGEBRA PARA EL AULA DE CLASE

Elkin A. Castrillón Jiménez
Instituto Tecnológico Metropolitano
elkincastrillon@itm.edu.co
Carlos A. Rojas Hincapié
Instituto Tecnológico Metropolitano
carlosrojas@itm.edu.co
Sara M. Yepes Zuluaga
Instituto Tecnológico Metropolitano
sarayepes@itm.edu.co.

Resumen

Formalizar con los docentes y estudiantes la manera cómo nace una idea innovadora en el aula de clase con el empleo del procesador geométrico GeoGebra a partir de las ideas y propuestas generadas por parte de los estudiantes con el docente al valorar la comprensión de los conceptos de un tema determinado de las ciencias básicas y que van a ser necesitados como preconceptos para otras asignaturas del área de ingenierías en los programas de Electrónica, Telecomunicaciones, Electromecánica, Mecatrónica, Biomédica, entre otros.

Palabras clave: transformaciones de funciones, procesador geométrico, innovación educativa, GeoGebra

Abstract

Formalizewith teachersand studentsthe wayan innovative idea is borninthe classroomwith the use ofGeoGebrageometry processorfromthe ideas andproposals generatedby thestudentswith the teachertoassessunderstanding ofthe concepts of a topic fromthe basic sciencesand that willbe neededas preconceptionstoother

subjects in theareaof engineeringprogramsinElectronics, Telecommunications,Electromechanical, Mechatronics, Biomedical, among others.

Keywords: transformationsof functions,geometry processor, educational innovation, GeoGebra.

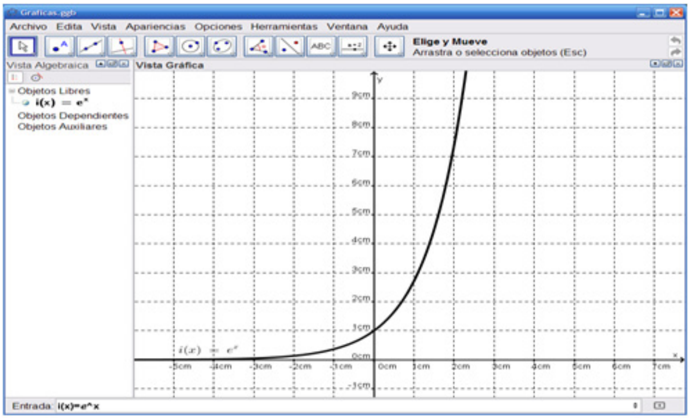
Introducción

Una forma particular de obtener la gráfica de una función compleja se puede lograr a partir de realizar transformaciones a una función conocida mediante combinaciones tales como reflexiones, alargamientos, compresiones y traslaciones con respecto a los ejes coordenados, pero se debe indicar en forma muy clara y exacta a los estudiantes el procedimiento para realizarlo ya que no basta con aclararles cada movimiento por aparte sino como hacerlo en forma secuencial hasta alcanzar el conjunto de las combinaciones pedidas.

Metodología

Se explicaron y demostraron las pautas del diseño de la guía didáctica a los estudiantes, el docente con anterioridad a la fecha de aplicación del tema en clase construyó previamente con el procesador geométrico GeoGebra las plantillas de las funciones conocidas para ser utilizadas por los estudiantes en el aula de clase o en su tiempo de trabajo independiente como se puede apreciar en la Figura 1.

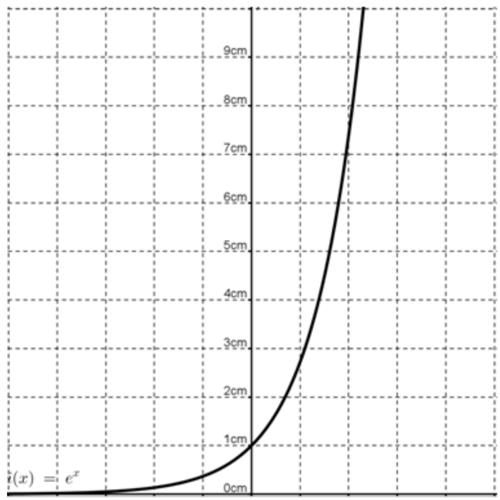
Figura 1: Generación de la gráfica de una función conocida i(x) =ex en GeoGebra con divisiones en unidades de longitud en cm para exportarla como una imagen a Word



Fuente: Elaboración de los autores

En segundo lugar exporto las gráficas de las funciones conocidas al procesador de texto Word con divisiones de escalas iguales y exactas de 1 cm en los ejes coordenados como se observa en la Figura 2 y se entregaron a los estudiantes para que procedieran a obtener la impresión en acetatos, y por último el estudiante procedía a construir en una hoja tamaño oficio cuadriculada el plano cartesiano coordenado para poder ubicar allí la gráfica de la función conocida como lo apreciamos en la Figura 3 para realizar sobre dicho plano los movimientos de las combinaciones requeridas quedando así el estudiante con un kit de práctica a muy bajo costo, portable y con mucha versatilidad.

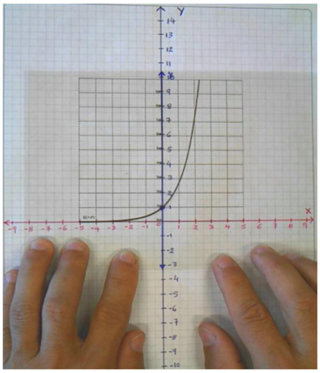
Figura 2: Gráfica importada a Word de una función conocida i(x) =ex con divisiones en unidades de longitud en cm elaborada en GeoGebra para ser impresa en acetato



Fuente: Elaboración de los autores

El día del desarrollo del tema en el aula de clase el docente empleo la ventana gráfica de GeoGebra para construir paso a paso las transformaciones que debía realizar a partir de la función conocida con un alto grado de exactitud para de esta forma apoyados con la visualización e interpretación a la cual debían llegar los estudiantes y mostrar que «la modelación puede ser llevada a ambientes dinámicos y a partir de la manipulación se pueden obtener respuestas aproximadas a tales problemas» (Córdoba y Castrillón, 2011: 26-31) y se utilizó un Objeto Virtual de Aprendizaje (OVA) desarrollado por el docente con el software GeoGebra y se entregó además el archivo a los estudiantes para que lo utilizaran en sus computadores personales o en las salas de la institución educativa.

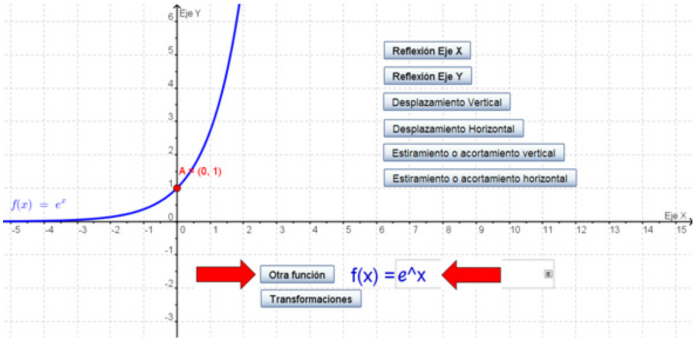
Figura 3: Gráfica de la función $i_{(x)} = e^x$ impresa en acetato y plantilla del plano cartesiano elaborada en hoja cuadriculada tamaño oficio con divisiones en cm y con resolución de 0,5



Fuente: Elaboración delos autores

En la Figura 4 apreciamos el ingreso de la función conocida $f_{(x)} = e^x$ en el OVA y la gráfica que se propuso obtener era $q_{(x)} = -2\, e^{(-2x+1)} - 3$.

Figura 4: Ingreso de la función base $f_{(x)} = e^x$ en el OVA y su respectiva gráfica

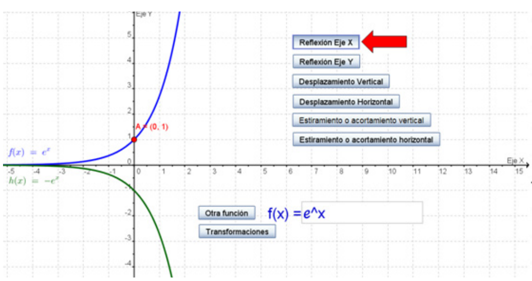


Fuente: Elaboración de los autores

Con el botón Reflexión Eje x del OVA se les mostro la gráfica de reflexión con respecto al eje x obteniendo así h(x) = -ex, donde la porción de la gráfica correspondiente al semiplano superior queda en el semiplano inferior y la porción de la gráfica del semiplano inferior queda en el semiplano superior como se observa en la Figura 5, lo que normalmente en la vida real denominamos el efecto espejo en un lago.

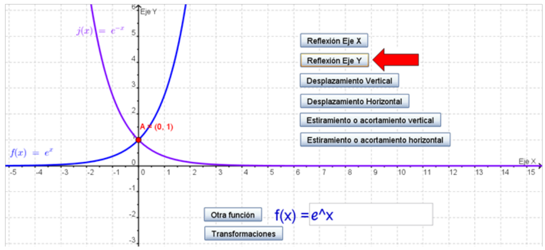
Con el botón Reflexión Eje y del OVA se les mostró la gráfica de reflexión con respecto al eje y obteniendo así $j_{(x)} = e^{-x}$, donde la porción de la gráfica correspondiente al semiplano izquierdo queda reflejada en el semiplano derecho y la porción de la gráfica del semiplano derecho queda en el semiplano izquierdo como se muestra en la Figura 6, lo que normalmente en la vida real denominamos el efecto de voltear la página de un libro.
Con el botón Desplazamiento Vertical del OVA se les mostró el desplazamiento de la gráfica en forma vertical con un valor de d = 1 cm hacia arriba como lo podemos apreciar en la Figura 7 donde tenemos el punto de referencia A=(0, 1) de f(x) y que para el desplazamiento obtenemos la función $k_{(x)} = e^x+1$ y dicho punto estaría ubicado en las nuevas coordenadas B=(0, 2) lo que normalmente en la vida real denominamos el efecto de subir la gráfica si el valor es positivo o bajar la gráfica si el valor es negativo.

Figura 5: Gráfica de la función f(x) reflejada con respecto al eje x obteniendo $h_{(x)} = -e^x$



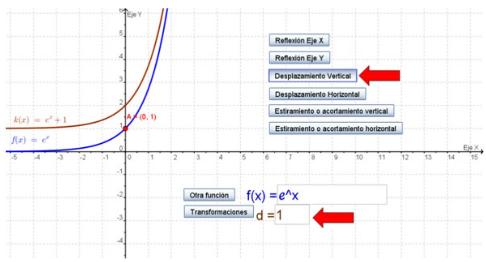
Fuente: Elaboración de los autores

Figura 6: Gráfica de la función f(x) reflejada con respecto al eje y obteniendo $j_{(x)} = -e^x$



Fuente: Elaboración de los autores

Figura 7: Gráfica de la función f(x) con desplazamiento vertical hacia arriba, $k_{(x)} = e^x+1$

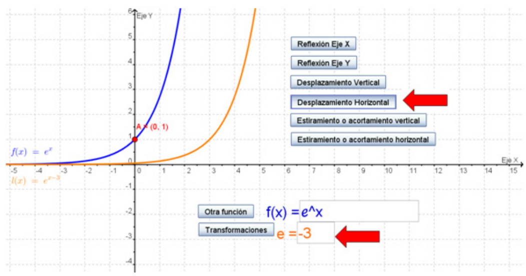


Fuente: Elaboración de los autores

Con el botón Desplazamiento Horizontal del OVA se les mostró el desplazamiento de la gráfica en forma horizontal con un valor de e = - 3 cm hacia la derecha como lo podemos ver en la Figura 8 donde tenemos el punto de referencia A=(0, 1) de f(x) y que para el desplazamiento obtenemos la función $l_{(x)}=e^{(x-3)}$ estaría ubicado en las coordenadas del nuevo punto B=(3, 1) lo que normalmente en la vida real denominamos el efecto de correr o desplazar la gráfica a la derecha si el valor es negativo o correrla o desplazarla a la izquierda si el valor es positivo.

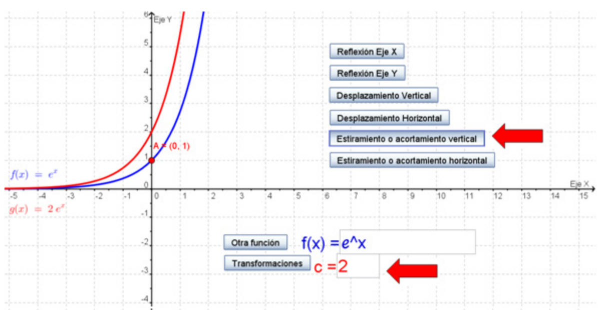
Con el botón Estiramiento o acortamiento vertical del OVA se les mostró el estiramiento vertical de la gráfica, con un valor de c = 2 cm para lo cual se obtiene la función $g_{(x)}= 2e^x$ donde hay alargamiento vertical como lo podemos observar en la Figura 9 donde tenemos el punto de referencia A=(0, 1) de f(x) y que para g(x) estaría ubicado en las coordenadas del nuevo punto B=(0, 2) lo que normalmente en la vida real denominamos crecer más rápido la gráfica, si el valor está entre $0 < c < 1$ el efecto es de acortamiento de la gráfica, es decir, hay un crecimiento muy lento de la gráfica g(x) con respecto a la gráfica f(x).

Figura 8: Gráfica de la función f(x) con desplazamiento horizontal hacia la derecha, $l_{(x)}=e^{(x-3)}$



Fuente: Elaboración de los autores

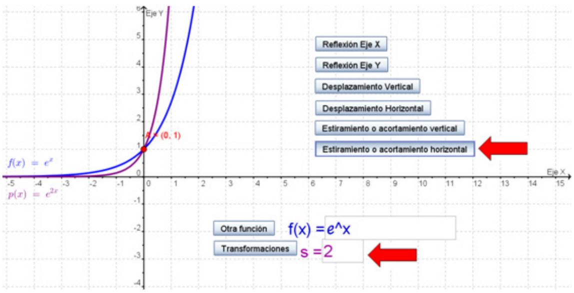
Figura 9: Gráfica de la función f(x) con estiramiento vertical $g_{(x)}= 2e^x$



Fuente: Elaboración de los autores

Con el botón Estiramiento o acortamiento horizontal del OVA se les mostró el acortamiento horizontal de la gráfica obtenida, con un valor de s = 2 cm, con la función $p_{(x)} = e^{2x}$ como se muestra en la Figura 10 donde tenemos el punto de referencia A=(0, 1) de f(x) y que para p(x) estaría ubicado en las mismas coordenadas de punto A=(0, 1) lo que normalmente en la vida real denominamos acortamiento horizontal de la gráfica, si el valor de s está entre $0 < s < 1$ el efecto es de alargamiento horizontal de la gráfica, es decir, hay estiramiento horizontal de la gráfica f(x).

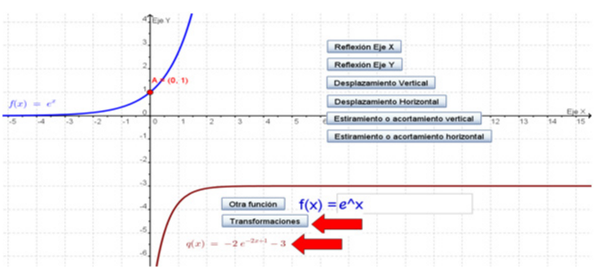
Figura 10: Gráfica de la función f(x) con acortamiento horizontal, $p_{(x)} = e^{2x}$



Fuente: Elaboración de los autores

Con el botón Transformaciones del OVA se les mostró todas las transformaciones de la gráfica de la función conocida f(x) para obtener la función compleja en construcción $q_{(x)} = -2\, e^{(-2x+1)} - 3$ como se aprecia en la Figura 11.

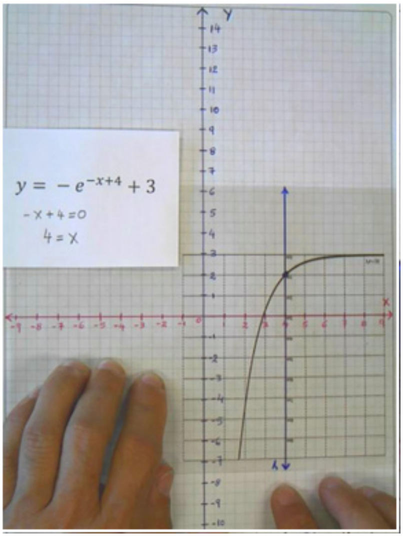
Figura 11: Gráfica de la función q(x) con todos las transformaciones propuestas para obtener $q_{(x)} = -2\, e^{(-2x+1)} - 3$



Fuente: Elaboración de los autores

A continuación se les distribuyó a los estudiantes un taller con ejercicios de transformaciones para practicar en el aula de clase con diferentes tipos de funciones en el kit desarrollado (plantillas funciones conocidas y plano cartesiano coordenado) como se evidencia en la Figura 12, antes de aplicar la evaluación individual sobre el tema de transformaciones de funciones.

Figura 12: Construcción de la función compleja $q(x)= -1\, e^{(-1x+4)}+3$ a partir de la función conocida $f_{(x)}=e^{x}$ utilizando el kit desarrollado con GeoGebra



Fuente: Elaboración de los autores

Resultados y discusión

Los resultados de la evaluación individual del tema de transformaciones de funciones aplicada a 178 estudiantes de Cálculo Diferencial en el INSTITUTO TECNOLÓGICO METROPOLITANO de Medellín (Colombia) en el primer semestre del año 2010 arrojó que 154 estudiantes pasaron la prueba y 24 no la pasaron. Lo que nos indica que el 86 % de los estudiantes alcanzaron a comprender los conceptos del tema estudiado mejorando los índices alcanzados en semestres anteriores para esta misma prueba.

Los procesadores geométricos ayudan a los estudiantes a interpretar uno o varios conceptos, para que luego puedan argumentar como sería una secuencia de transformaciones relacionadas para una función específica y que retengan el concepto para ser aplicado en otras asignaturas de sus competencias específicas de su campo de saberes, «la intención es "abrir los ojos" para que la mente aborde adecuadas observaciones geométricas y a partir de ellas desarrolle estrategias de resolución eficientes» (Rivera, 2009: 12).
Con los estudiantes nativos digitales «es necesario recomponer con todos los medios, la idea arraigada, con todos los medios, la idea arraigada en nuestra sociedad, procedente desde la niñez, de que la Matemática es aburrida, inhumana y muy difícil» (Castrillón y Arango, 2010: 75).

Conclusiones

Compartir experiencias innovadoras educativas para utilizar en el aula de clase con los recursos que ofrece el procesador geométrico GeoGebra convertirá el aula de clase habitual en un lugar de experimentación y modelación matemática con un costo muy bajo y alto grado de eficiencia en los procesos de enseñanza - aprendizaje.
Promover las conferencias internacionales de GeoGebra para «Mostrar la importancia de la visualización en matemáticas como ayuda al desarrollo del pensamiento matemático mediante el uso de ayudas computacionales [...]» (Córdoba y Castrillón, 2011: 29-30) cuando se tiene el recurso para utilizarlo con construcciones dinámicas y «estimular al docente a la creación de nuevo material de apoyo para que sus clases sean mucho más amenas e incentiven al estudiante a estimular el proceso de descubrimiento y construcción de las nociones, la experimentación y la visualización […]» (Castrillón, 2011: 90-91).

Referencias bibliográficas

[1] Castrillón, E. y Arango, J. (2010). De la comunicación lineal a la counicación dialógica mediada por tecnologías informáticas en los procesos formativos de las ciencias básicas. En: Formación y modelación en Ciencias Básicas. Medellín, Colombia: Universidad de Medellín.

[2] Castrillón, E. (2010). Diseño y construcción de material interactivo con geogebra para impactar en el aprendizaje de la geometría, algebra y cálculo diferencial. En: Memorias: Segundo Encuentro Nacional sobre la Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales. Pereira, Colombia: Universidad Católica de Pereira.

[3] Córdoba, F. y Castrillón, E. (2011). La visualización y sus potencialidades en el aprendizaje de las Matemáticas con ayuda de la geometría dinámica. En: III Congreso Internacional en Formación y modelación en Ciencias Básicas. Medellín, Colombia: Universidad de Medellín.

[4] Córdoba, F. y Castrillón, E. (2011). La visualización en Matemáticas articulada a la modelación: algunos ejemplos. En: Memorias: Primer Encuentro Internacional sobre la Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales. Pereira, Colombia: Universidad Católica de Pereira.

[5] Rivera , J. et al. (2009). Geometría Interactiva. Medellín, Colombia: Fondo Editorial ITM.